CENTRO DE BACHILLERATO TECNOLÓGICO INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS No. 133

"Dr. Manuel Velasco Suárez"

Guía de estudio Cálculo Diferencial

NOMBRE:____ GRUPO:____________

Punto de partida

Cálculo es la porción de las matemáticas que trata de las cantidades variables, el cálculo permite solucionar con mayor rapidez y facilidad numerosos problemas que comprenden dichas cantidades, las cuales se usan para modelar numerosos fenómenos reales, en particular situaciones que comprenden cambio o movimiento.

El cálculo se divide generalmente en dos partes principales, llamadas cálculo diferencial y calculo integral. Cada una de estas partes tiene su propia terminología.

Bosquejo histórico

Un calculus era en la antigua Roma una pequeña piedra o guijarro usado para contar y jugar, y el verbo latino" calculare" vino a significar "calcular". Hoy día un cálculo es un método o un sistema de métodos para resolver problemas cuantitativos de una cierta clase, como el cálculo de probabilidades, cálculo de diferencias finitas, calculo tensorial, cálculo de variaciones, cálculo de residuos etc.

El cálculo es una herramienta importante de la ciencia y la ingeniería, y tiene la misma utilidad en el análisis (el tratar de entender porque las cosas funcionan) la síntesis (el desarrollo de cosas nuevas y métodos innovadores). Aunque hubo cierto tiempo en que esta rama de las matemáticas se consideró propiedad exclusiva de las ciencias físicas, en la actualidad tiene multitud de aplicaciones en las biológicas, sociales, conductuales e inclusive en la economía.

Gottfried W. Leibniz

Leibniz, el gran rival de Newton, fue un hombre de genio sobresaliente que hizo contribuciones creativas a través del espectro completo del conocimiento humano. Es igualmente famoso como matemático y como filósofo, y el departamento de filosofa de toda universidad respetable ofrece un curso sobre Leibniz. Fue también abogado, diplomático, historiador, bibliotecario, físico, geólogo, lógico, teólogo, arquitecto de paisajes, economista y mucho más. Pasó la mayor parte de su vida al servicio de los sucesivos Duques de Brunswick en Hannover en el norte de Alemania, trabajando como historiador de la corte y bibliotecario. Sin sus investigaciones como historiador y especialista en genealogía, su patrón el Elector George

Louis de Hannover nunca podría haberse convertido en George I, el primer rey alemán de Inglaterra; y nunca se habría oído hablar de los descendientes de George, incluyendo la Reina Victoria y la actual familia real del Reino Unido (conocida como la Casa de Windsor desde 1917). Sus ideas acerca de los objetivos y la organización de una biblioteca erudita mostraban tanta visión de futuro que el Director y Bibliotecario Principal del Museo Británico desde 1959 hasta 1968 llamó a Leibniz ***«el más grande bibliotecario de su época».***

Algunas de las necesidades matemáticas que se satisfacen fácilmente en la actualidad por medio de estas operaciones- por ejemplo, la determinación de la pendiente de una curva, el cálculo exacto de una figura irregular, etcétera, constituyeron casos a resolver durante varios siglos antes de la invención del cálculo. De hecho, los historiadores de las matemáticas nos revelan que los conceptos fundamentales del cálculo se remontan por lo menos hasta Arquímedes, el matemático y físico griego que murió en el año 212 a.C; pero, como sabemos, el cálculo es uno de los frutos del renacimiento.

En otras palabras, la maquinaria matemática para resolver este tipo de problemas con precisión y eficacia no fue una realidad sino hasta los últimos años del siglo XVII, cuando Sir Isaac

Issac Newton

El descubrimiento de Newton es tal vez el único beneficio que la Gran Plaga de Londres proporcionó a la humanidad, Esta plaga que mató a más 75000 personas de una población total de unas 500000 personas-se extendió desde Londres a otras partes del país y forzó el cierre de la Universidad de Cambridge en 1655. El joven Newton dejó el Trinity College y volvió a su granja familiar en el norte de Inglaterra durante dos años de meditación solitaria rural.

Durante estas largas vacaciones forzadas su genio estalló: descubrió la serie binomial para exponentes negativos y fraccionarios; el cálculo diferencial e integral; la gravitación universal como la clave para el mecanismo del sistema solar, y la descomposición de la Luz solar en el espectro visual por medio de un prisma, con sus implicaciones para la comprensión de los colores del arco iris y la naturaleza de la luz en general. A la edad de 22 a 23 años, en este milagroso periodo de su juventud, comenzó el trabajo de toda una vida en el cual creó virtualmente la ciencia física moderna. Desde la perspectiva de más de 300 años vemos que él tuvo una influencia más profunda sobre la dirección de la vida civilizada que el ascenso y la caída de las naciones. Cuando Newton murió, en Inglaterra hubo luto nacional, y el poeta Alexander Pope escribió su epitafio como sigue: ***«La Naturaleza y las Leyes de la Naturaleza permanecerán ocultas en la noches" dijo Dios ¡Hágase Newton! y todo fue luz"***

Newton (1643-1727), científico y filósofo inglés, y Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), matemático y filósofo alemán, que trabajaron en forma independiente y casi simultánea, le dieron una forma concreta. Este logro fue la culminación de más de 1700 años de esfuerzos por descubrir esta maquinaria.

En los días de Newton y Leibniz se registraron tremendas controversias respecto a cuál de los dos se debía la invención del cálculo, y se despertaron sentimientos de profunda rivalidad entre matemáticos ingleses y alemanes que persistieron durante muchos años. Hoy en día, esta cuestión parece de muy poca consecuencia, excepto ante los ojos de los historiadores de las matemáticas o los inventos. No obstante, lo que sí encierra cierto interés es el hecho de que, los dos científicos utilizaron notaciones algo distintas, y que la que perdura hasta nuestros días en el cálculo diferencial es la originada por Leibniz

Conviene subrayar también que la historia del cálculo posterior a su estructuración está repleta con nombres de los gigantes de las matemáticas tales como: Bernoulli, Weierstrass, Carathéodory, Cauchy, Euler, Gauss, Hilbert, Lagrange, y mucho otros.

Tanto Newton como Leibniz contribuyeron de un modo prolífico a la ciencia y la filosofía: pero si no hubieran hecha nada más que inventar el cálculo, este hecho les habría asegurado la inmortalidad.

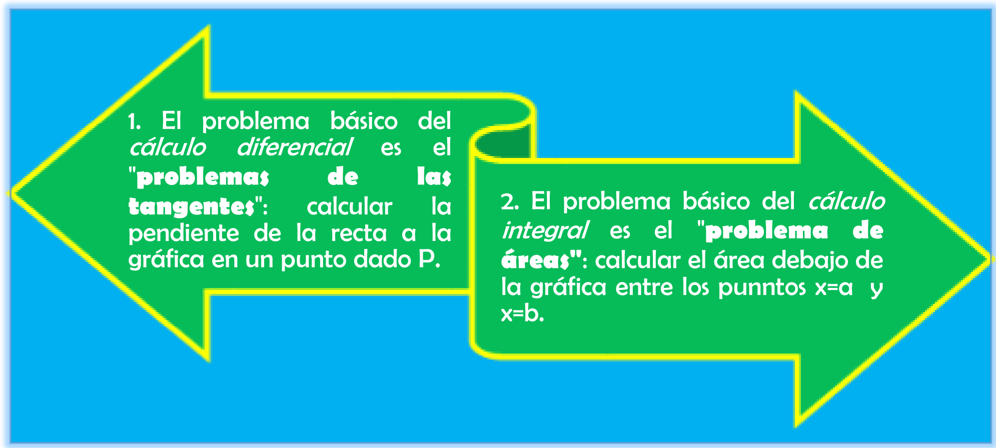
Uno de los tributos más apropiados fue el que Alexander Pope, el gran poeta inglés, le rindiera a uno de ellos al escribir:

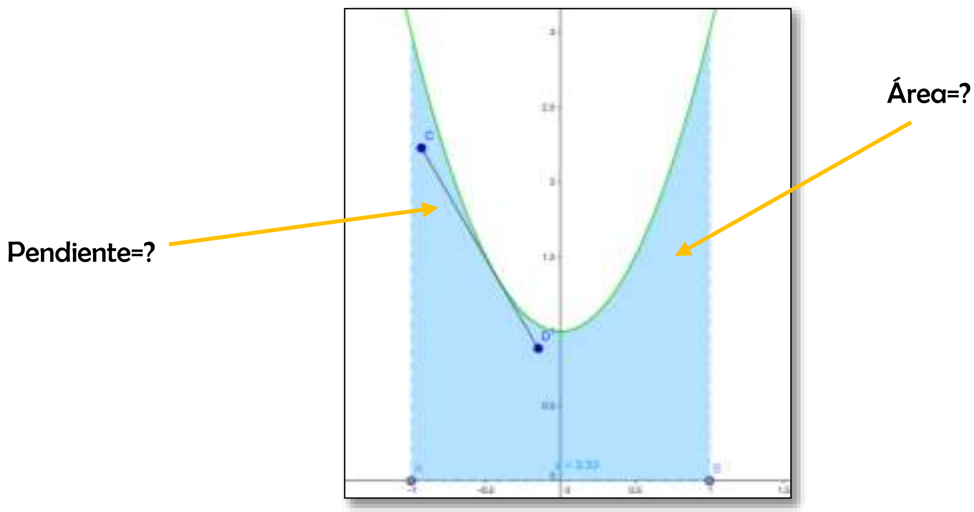
"Ocultas en la noche estaban la naturaleza y sus leyes, Y dijo Dios, ¡Sea Newton! ¡Y se hizo la luz!"

Requisitos matemáticos

Para el estudio y practica del cálculo integral el estudiante de debe tener conocimientos prácticos aceptables de aritmética, algebra, geometría y trigonometría, geometría analítica y por supuesto de cálculo diferencial. Es necesario estar familiarizado con los aspectos fundamentales de estas uy estar en posibilidad de resolver ejercicios ordinarios en cualquier rama sin mayores problemas.

Casi todas las ideas y aplicaciones del cálculo giran alrededor de dos problemas geométricos que son muy fáciles de entender. Ambos problemas se refieren a la gráfica de una función $y = f(x)$, así:





Determinación de diferenciales.

- Interpretación gráfica de la diferencial de la variable dependiente

El aspecto fundamental del cálculo diferencial es determinar las velocidades a las que cambian las variables. Directa o indirectamente, estas velocidades pueden aclarar muchas cuestiones de interés científico, técnico y general, de modo que es importante saber cómo se calculan. Existen numerosos casos con los estas familiarizado; por ejemplo, se dice que la presión atmosférica varia a determinada velocidad o razón con la altitud, que la corriente de un circuito varía con el voltaje aplicado a una razón 0 velocidad determinada por los valores de los componentes, o que un campo magnético variable induce un voltaje en un conductor cercano que es proporcional a la velocidad con que cambia dicho campo.

Cuando se trata del aspecto climatológico, se informa que a las 5 P.m. De un día determinado, la temperatura descendía a razón de 5° por hora.

El papel del cálculo diferencial consiste en obtener soluciones mediante el proceso de derivación (llamado también, a veces, diferenciación), que es encontrar a derivada de una función. La derivada presenta la velocidad de cambio

Interpretación gráfica de la diferencial de la variable dependiente.

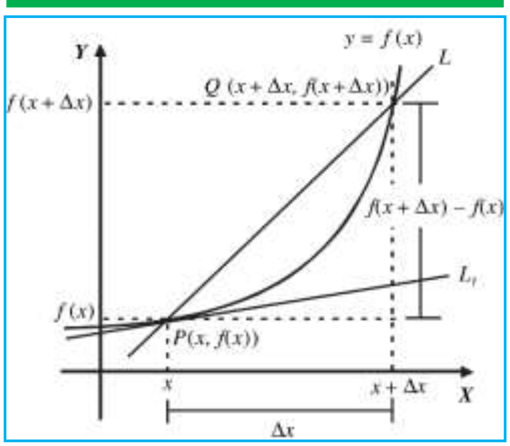
El aspecto fundamental del cálculo diferencial es determinar las velocidades a las que cambian las variables. Directa o indirectamente, estas velocidades pueden aclarar muchas cuestiones de interés científico, técnico y general, de modo que es importante saber cómo se calculan. Existen numerosos casos con los estas familiarizado; por ejemplo, se dice que la presión atmosférica varia a determinada velocidad o razón con la altitud, que la corriente de un circuito varía con el voltaje aplicado a una razón 0 velocidad determinada por los valores de los componentes, o que un campo magnético variable induce un voltaje en un conductor cercano que es proporcional a la velocidad con que cambia dicho campo.

Cuando se trata del aspecto climatológico, se informa que a las 5 P.m. De un día determinado, la temperatura descendía a razón de 5° por hora.

El papel del cálculo diferencial consiste en obtener soluciones mediante el proceso de derivación (llamado también, a veces, diferenciación), que es encontrar a derivada de una función. La derivada presenta la velocidad de cambio.

El valor de la derivada en cualquier punto de la curva es igual a la pendiente de la recta tangente en ese punto donde:

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA



Δx: incremento en x

Δy: incremento en y

En la gráfica podemos observar que la m (pendiente) de la recta L es:

$$m_t = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Si Δx tiende a cero, la recta L, coincide con L_1, por lo tanto, la pendiente de L_1, será el límite de m_t,

$$\text{lí m } m_t = \lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\textit{cambio en y}}{\textit{cambio en x}} = \text{lím} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

La definición de la derivada:

$$\mathbf{lím} \frac{\mathbf{f(x + \Delta x) - f(x)}}{\mathbf{\Delta x}}$$

$$\mathbf{\Delta x \to 0}$$

Una razón de cambio promedio, es el promedio al cual se mueve un objeto en un tiempo determinado a lo largo de una trayectoria definida.

Generalmente la derivada se utiliza para casos del tipo:

- Optimización: Los métodos para obtener los máximos y mínimos de una función son una herramienta que se emplea para solucionar problemas prácticos donde se va a optimizar una variable.
- Movimiento rectilíneo uniforme.
- Razón de cambio: Si una cantidad "x" está en función del tiempo "t", la razón de cambio está dada por $\frac{dx}{dt}$.
- Aplicaciones a la economía.

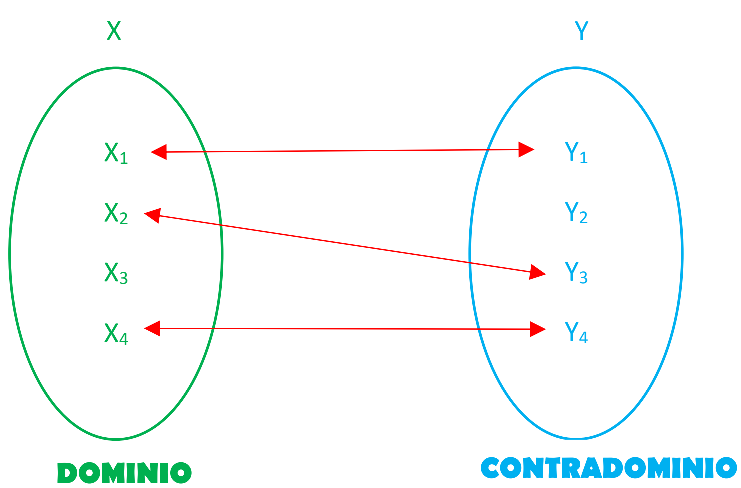
Sin embargo, para resolver casos de estudio, en primera instancia debemos conocer y practicar las fórmulas para obtener la derivada de cualquier función.

Definición de la diferencial de la variable dependiente e independiente

Función

El concepto de función es uno de los más importantes en el mundo de las matemáticas. Las funciones no sólo representan fórmulas, o lugares geométricos, también se utilizan como modelos matemáticos que resuelven problemas de la vida real.

Una función es una regla de correspondencia que asocia a los elementos de dos conjuntos. La cual a cada elemento del primer conjunto (dominio) le asocia un solo elemento del segundo conjunto (contra dominio), por lo tanto, es la relación que existe entre dos conjuntos, de manera que a los elementos de "x" les corresponde uno y solo un elemento del conjunto "y".



Una función es una colección de pares ordenados con la siguiente propiedad: Si (a, b) y (a, c) pertenecen a una colección, entonces se cumple que b = c; es decir, en una función **no puede haber dos pares con el mismo primer elemento.** Las funciones se denotan de la siguiente forma:

$$y = f(x)$$

Donde:

x = variable independiente

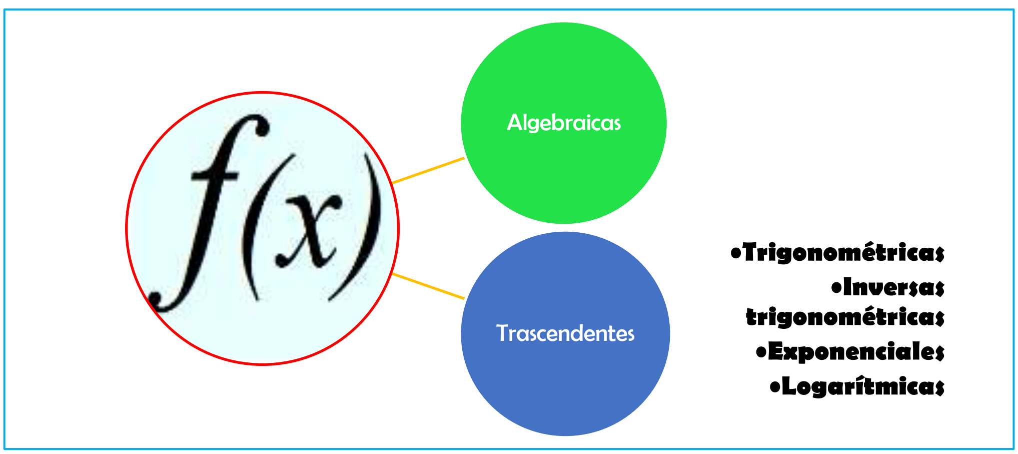
y = variable dependiente

f(x) = es una regla de correspondencia

Dominio: es el conjunto de elementos formado por los elementos que tienen imagen, los valores que le damos a “x” (la variable independiente). Gráficamente se observa en el eje X (abscisas).

Contradominio: es el conjunto de elementos formado por los valores que toma la función "y" (variable dependiente), por eso se denomina f(x), su valor depende del valor que le demos a "x". Gráficamente se observa en el eje Y (ordenadas).

Las funciones se clasifican en:



Reglas de diferenciación

El proceso de hallar la derivada de una función se llama derivación o diferenciación. La derivada es la relación de dos diferenciales asociados entre sí, de donde: $\frac{dy}{dx}$. La derivada que se compone de dos infinitesimales, denota el límite de la relación del cambio en una variable dependiente al cambio una variable independiente. La expresión general de la derivada de cualquier “función” es:

Función

La derivada de:

$$y = f(x) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d\,f(x)}{dx}$$

la función

con respecto a “x”

La rapidez de cambio instantánea también es conocida como la derivada de la función, la cual describe la trayectoria de un objeto en movimiento, el cálculo de esta derivada se realiza utilizando el método de los cuatro pasos o aplicando las fórmulas de derivación, cabe señalar que las formulas se pueden aplicar de forma directa, sin embargo, existen problemas en los cuales se deberá aplicar “algebra” antes de comenzar a derivar alguna función.

Fórmulas directas para calcular la derivada de funciones “algebraicas”.

Fórmula	Descripción
1. $\frac{d(c)}{dx} = 0$	La derivada de una constante con respecto a “x” es igual a cero. Constante numérica $= 15, -8, \sqrt{25}, \frac{1}{2}$ etc. Constante arbitraria $=$ a $-$ w del alfabeto.
2. $\frac{d(x)}{dx} = 1$	La derivada de “x” con respecto a “x” es igual a 1.
3. $\frac{d(cx)}{dx} = c$	La derivada de una constante por “x” con respecto a “x” es igual a la constante, cabe
4. $\frac{d(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$	La derivada de una variable elevada a una potencia con respecto a “x” es igual a la potencia por la variable y la potencia menos una unidad.
5. $\frac{d(u \pm v \pm w)}{dx} = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \pm \frac{dw}{dx}$	La derivada de la suma o resta de dos o más funciones con respecto a “x” es igual a la suma o resta de las derivadas individuales.
6. $\frac{dv^n}{dx} = nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$	Regla de la potencia, la derivada de una variable de dos o más términos elevado a una potencia con respecto a “x” es igual a multiplicar el exponente por la variable, el exponente menos una unidad, por la derivada e la variable.
7. $\frac{d\sqrt[n]{v}}{dx} = \frac{1}{n\sqrt[n]{v^{n-1}}} \cdot \frac{dv}{dx}$	Derivada de la raíz de una variable con respecto a “x”.
8. $\frac{d\sqrt{v}}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{v}} \cdot \frac{dv}{dx}$	Derivada de la raíz cuadrada de una variable con respecto a “x”.
9. $\frac{d(uv)}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$	La derivada de un producto con respecto a “x”.
10. $\frac{d\frac{u}{v}}{dx} = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$	La derivada de un cociente con respecto a “x”.
11. $\frac{d\frac{c}{v}}{dx} = -\frac{c}{v^2} \cdot \frac{dv}{dx}$	La derivada de una constante entre una variable con respecto a “x”.
12. $\frac{d\frac{v}{c}}{dx} = \frac{1}{c} \cdot \frac{dv}{dx}$	La derivada de una variable sobre una constante con respecto a “x”.

Cabe señalar que las primeras cuatro formulas se utilizan de manera unitaria, esto es para calcular la derivada de un solo termino algebraico, las demás formulas primero tienen un desarrollo y posteriormente se aplican las formulas antes mencionadas.

Generalmente para iniciar el cálculo de una derivada si tendremos la función $y = f(x)$ es importante escribirla como derivada $\frac{d\,f(x)}{dx}$.

Ejemplos, aplicando las fórmulas de manera directa:

Función	Notación de derivada/ solución	Fórmula
$y = 10$	$\frac{d(10)}{dx} = 0$	1
$y = 6x$	$\frac{d(6x)}{dx} = 6$	3
$y = bx$	$\frac{d(bx)}{dx} = b$	3
$y = \sqrt[3]{27}$	$\frac{d\left(\sqrt[3]{27}\right)}{dx} = 0$	1
$y = x$	$\frac{d(x)}{dx} = 1$	2

La fórmula número 4. $\frac{d(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$, presenta la siguiente característica, de igual forma aplicamos a los ejemplos con **un solo término**:

Función	Notación de derivada/ solución
$y = x^4$	$\frac{dx^4}{dx} = 4x^{4-1} = 4x^3$ Donde "4" es el exponente "n"
$y = x^7$	$\frac{dx^7}{dx} = 7x^{7-1} = 7x^6$
$y = x^{10}$	$\frac{dx^{10}}{dx} = 10x^{10-1} = 10x^9$
$y = x^{-7}$	$\frac{dx^{-7}}{dx} = -7x^{-7-1} = -7x^{-8}$ más adelante observaremos la reducción total del resultado.
$y = 5x^4$	$\frac{d5x^4}{dx} = 4(5)x^{4-1} = 20x^3$
$y = 3x^8$	$\frac{d3x^8}{dx} = 8(3)x^{8-1} = 24x^7$
$y = 2x^{-3}$	$\frac{d2x^{-3}}{dx} = -3(2)x^{-3-1} = -6x^{-4}$ más adelante observaremos la reducción total del resultado.
$y = x^{\frac{2}{3}}$	$y = \frac{d\,x^{\frac{2}{3}}}{dx} = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$ $resolvemos\ la\ fracción\ \frac{2}{3} - 1 = \frac{2-3}{3} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$ más adelante observaremos la reducción total del resultado.
$y = x^{\frac{5}{2}}$	$\frac{dx^{\frac{5}{2}}}{dx} = \frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}-1} = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$ $resolvemos\ la\ fracción\ \frac{5}{2} - 1 = \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2}$
$y = 7x^{-\frac{6}{5}}$	$\frac{d7x^{-\frac{6}{5}}}{dx} = -\frac{6}{5}(7)x^{-\frac{6}{5}-1} = -\frac{42}{5}x^{-\frac{11}{5}}$ resolvemos la fracción $-\frac{6}{5}(7) = -\frac{42}{5}$ $resolvemos\ la\ fracción\ -\frac{6}{5} - 1 = \frac{-6-5}{5} = -\frac{-11}{5} = -\frac{11}{2}$ más adelante observaremos la reducción total del resultado.

Como se puede observar en los ejemplos anteriores, calculamos la derivada paso a paso y podemos observar que el uso de aritmética debe estar siempre latente, de acuerdo a la característica cada función.

Ahora practicaremos las fórmulas 5 a 12 de manera un poco más directa.

Calcula la derivada de la función $y = x^3 + 4x^2 - 25x + 7$	
1. Separamos cada uno de los términos aplicando la fórmula número 5.	$\frac{dx^3}{dx} + \frac{d4x^2}{dx} - \frac{d25x}{dx} + \frac{d7}{dx} =$
2. Los términos quedan separados para observar que formula aplicar en cada uno, en este caso, la número 4, 3 y 1.	$= 3x^{3-1} + 2(4)x^{2-1} - 25 + 0$
3. Por lo tanto, la derivada o primera derivada de la función es:	$y´ = 3x^2 + 8x - 25$

Calcula la derivada de la función $y = 6x^{-4} - 5x^{-3} + x^2 + x^{\frac{1}{2}} - 15x$	
1. Separamos cada uno de los términos aplicando la fórmula número 5.	$\frac{d6x^{-4}}{dx} - \frac{d5x^{-3}}{dx} + \frac{dx^2}{dx} + \frac{dx^{\frac{1}{2}}}{dx} - \frac{d15x}{dx} =$
2. Los términos quedan separados para observar que formula aplicar en cada uno, en este caso, la número 4, y 3. Aplicamos de forma directa las operaciones aritméticas.	$y´ = -24x^{-5} + 15x^{-4} + 2x + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 15$

Calcula la derivada de la función $y = (2x-6)^5$	
1. Como podemos observar tenemos una variable elevada a una potencia para solucionar esta función, podríamos resolver el binomio a la 5 y calcular la derivada de cada termino, sin embargo, sería algo tedioso, en este caso aplicaremos la fórmula número 6 para hacer el proceso más corto.	$fórmula \quad \frac{dv^n}{dx} = nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$ $\frac{d(2x-6)^5}{dx}$ Ubicamos a la parte llamada "v" y a "n" y sustituimos los valores. $\frac{d(2x-6)^5}{dx} = 5(2x-6)^{5-1}\frac{d(2x-6)}{dx}$ derivada
2. Observamos que una parte se resuelve de forma directa y en la otra debemos aplicar más derivadas.	$y' = 5(2x-6)^4(2-0)$
3. Realizamos las multiplicaciones algebraicas correspondientes y dejamos indicada una parte del resultado, por lo tanto, la primera derivada es:	$y' = 10(2x-6)^4$

Calcula la derivada de la función $y = (x^3+2x^2+3)^8$	
1. Sustituimos los valores correspondientes en la fórmula.	$fórmula \quad \frac{dv^n}{dx} = nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$ $\frac{d(x^3+2x^2+3)^8}{dx} =$ Ubicamos a la parte llamada "v" y a "n" y sustituimos los valores. $= 8(x^3+2x^2+3)^{8-1}\frac{d(x^3+2x^2+3)}{dx}$ derivada
2. Observamos que una parte se resuelve de forma directa y en la otra debemos aplicar más derivadas.	$y' = 8(x^3+2x^2+3)^7(3x^2+4x)$
3. Realizamos las multiplicaciones algebraicas correspondientes y acomodamos los términos de la solución.	$y' = 8(x^3+2x^2+3)^7(3x^2+4x)$ multiplicamos $y' = (24x^2+32x)(x^3+2x^2+3)^7$

Calcula la derivada del siguiente producto. $$y = (4x^2)(3x)$$	
Indicamos la función en forma de derivada y aplicamos la fórmula: $$\frac{d(uv)}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$	$$y = \frac{d(4x^2)(3x)}{dx}$$
Ubicamos los elementos “u” y “v” y los sustituimos en la fórmula.	$= 4x^2\frac{d(3x)}{dx} + 3x\frac{d(4x^2)}{dx}$
Calculamos las derivadas indicadas.	$= (4x^2)(3) + (3x)(8x)$
Multiplicamos y reducimos algebraicamente, la derivada queda de la siguiente manera:	$= 12x^2 + 24x^2$ $= 36x^2$
Más adelante calcularemos productos más complejos.	

Calcula la derivada del siguiente cociente. $$y = \frac{6x^2}{3x}$$	
Indicamos la función en forma de derivada y sustituimos los valores de “u” y “v” respectivamente en la fórmula: $$\frac{d\frac{u}{v}}{dx} = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$$	$$\frac{d\frac{6x^2}{3x}}{dx} = \frac{3x\frac{d6x^2}{dx} - 6x^2\frac{d3x}{dx}}{(3x)^2}$$
Calculamos las derivadas indicadas.	$= \frac{(3x)(12x) - (6x^2)(3)}{9x^2}$
Multiplicamos y reducimos algebraicamente, la derivada queda de la siguiente manera:	$= \frac{36x^2 - 18x^2}{9x^2} = \frac{18x^2}{9x^2} = 2$
Más adelante calcularemos la derivada de cocientes más complejos.	

Fórmulas directas para calcular la derivada de funciones trascendentes.

Trigonométricas	Inversas trigonométricas
1. $\frac{dsen\, v}{dx} = cosv \frac{dv}{dx}$	1. $\frac{darc\, sen\, v}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \cdot \frac{dv}{dx}$
2. $\frac{dcos\, v}{dx} = -senv \frac{dv}{dx}$	2. $\frac{darc\, cos\, v}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \cdot \frac{dv}{dx}$
3. $\frac{dtan\, v}{dx} = sec^2 v \frac{dv}{dx}$	3. $\frac{darc\, tan\, v}{dx} = \frac{1}{1+v^2} \cdot \frac{dv}{dx}$
4. $\frac{dcot\, v}{dx} = -csc^2 v \frac{dv}{dx}$	4. $\frac{darc\, cot\, v}{dx} = -\frac{1}{1+v^2} \cdot \frac{dv}{dx}$
5. $\frac{dsec\, v}{dx} = sec\, v\, tan\, v \frac{dv}{dx}$	5. $\frac{darc\, sec\, v}{dx} = \frac{1}{v\sqrt{v^2-1}} \cdot \frac{dv}{dx}$
6. $\frac{dcsc\, v}{dx} = -cscv\ \ cotv \frac{dv}{dx}$	6. $\frac{darc\, csc\, v}{dx} = -\frac{1}{v\sqrt{v^2-1}} \cdot \frac{dv}{dx}$

Exponenciales	Logarítmicas
1. $\frac{de^v}{dx} = e^v \cdot \frac{dv}{dx}$	
2. $\frac{da^v}{dx} = a^v lna \cdot \frac{dv}{dx}$	1. $\frac{d\, lnv}{dx} = \frac{1}{v} \cdot \frac{dv}{dx}$
3. $\frac{du^v}{dx} = v \cdot u^{v-1} \frac{du}{dx} + ln\, u \cdot u^v \frac{dv}{dx}$	2. $\frac{d\, log_b v}{dx} = \frac{lob_b e}{v} \cdot \frac{dv}{dx}$

En ocasiones es necesario aplicar las "propiedades de los logaritmos" para calcular la derivada de una función logarítmica que no sea directa, esto es aplicando procedimientos algebraicos.

Propiedades de los logaritmos

Las funciones logarítmicas tienen varias propiedades muy útiles, consecuencia directa de las inversas de las funciones exponenciales. Estas propiedades nos permitirán convertir los problemas de multiplicación en problemas de adición; los de división, en problemas de sustracción; los de potencia y raíces, en problemas de multiplicación.

Propiedades de los logaritmos $\text{Sí M, N y b } > 0 \text{ y b} \neq 0, \text{entonces}$	
Propiedad	**Descripción**
1. $\log_b 1 = 0$	Debemos elevar "b" a la potencia 0 para obtener 1.
2. $\log_b b = 1$	Debemos elevar "b" a la potencia 1 para obtener "b".
3. $\log_b M^n = n \log_b M$ $\log_b \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_b M$	El logaritmo de la potencia de un número, es el exponente "por" el logaritmo del número.
4. $\log_b MN = \log_b M + \log_b N$	El logaritmo de un producto de números, es la suma de los logaritmos de los números.
5. $\log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$	El logaritmo de un cociente de números, es la diferencia de los logaritmos de los números.
6. $\log_e M = \ln M$ $\text{donde: } \ln = \text{logaritmo natural}$ $e = 2.718281$	

Ejemplos.

Calcula la derivada de la función $y = sen\ 6x^4$	
1. Escribimos la función en forma de derivada, aplicamos la fórmula 1 trigonométrica, ubicamos la parte llamada "v".	$\frac{dsen\ 6x^4}{dx} =$
2. Una parte se deriva directa y otra habrá que derivarla en un paso más.	$= \cos\ 6x^4 \frac{d6x^4}{dx}$
3. Derivando la variable y acomodando los términos la derivada queda de la siguiente forma.	$y' = 24x^3 sen\ 6x^4$

Calcula la derivada de la función $y = sec\ (2x^3 - 3x)$	
1. Escribimos la función en forma de derivada, aplicamos la fórmula 5 trigonométrica, ubicamos la parte llamada "v" en este caso $(2x^3 - 3x)$.	$\frac{dsec\ (2x^3 - 3x)}{dx} =$
2. Una parte se deriva directa y otra habrá que derivarla en un paso más.	$= sec\ \ (2x^3 - 3x) \tan(2x^3 - 3x) \frac{d\ (2x^3 - 3x)}{dx}$
3. Derivando la variable y acomodando los términos la derivada queda de la siguiente forma.	$y\acute{} = sec\ \ (2x^3 - 3x) \tan(2x^3 - 3x)\ (6x^2 - 3)$ $y\acute{} =\ (6x^2 - 3)\ sec\ (2x^3 - 3x) \tan(2x^3 - 3x)$

Calcula la derivada de la siguiente función: $y = arc\ cot\ 5x$	
1. Escribimos la función en forma de derivada, aplicamos la fórmula 4 inversa trigonométrica, ubicamos la parte llamada "v" en este caso $5x$.	$\frac{darc\ cot\ 5x}{dx} = -\frac{1}{1 + v^2} \cdot \frac{dv}{dx}$
2. Una parte se deriva directa y otra habrá que derivarla en un paso más.	$= -\frac{1}{1 + (5x)^2} \cdot \frac{d5x}{dx}$
3. Derivando la variable, multiplicamos los dos términos, la primera derivada queda de la siguiente forma.	$= \left(-\frac{1}{1 + 25x^2}\right)(5)$ $y\acute{} = -\frac{5}{1 + 25x^2}$

Calcula la derivada de la función $y = e^{4x}$	
1. Escribimos la función en forma de derivada, aplicamos la fórmula exponencial correspondiente. $$\frac{de^{v}}{dx} = e^{v} \cdot \frac{dv}{dx}$$	$$\frac{de^{4x}}{dx} = e^{4x}\frac{d4x}{dx}$$
2. Una parte se deriva directa y otra habrá que derivarla en un paso más.	$= e^{4x}(4)$
3. Se acomodan los termino, por lo tanto, la derivada es igual a:	$y´ = 4e^{4x}$

Calcula la derivada de la función $y = e^{4x-x^5}$	
1. Escribimos la función en forma de derivada, aplicamos la fórmula exponencial correspondiente. $$\frac{de^{v}}{dx} = e^{v} \cdot \frac{dv}{dx}$$	$$\frac{de^{4x-x^5}}{dx} = e^{4x-x^5}\frac{d(4x-x^5)}{dx}$$
2. Una parte se deriva directa y otra habrá que derivarla en un paso más.	$= e^{4x-x^5}(4-5x^4)$
3. Se acomodan los termino, por lo tanto, la derivada es igual a:	$y´ = (4-5x^4)4e^{4x}$

Calcula la derivada de la función $$y = ln\, x^4$$	
1. Escribimos la función en forma de derivada, ubicamos “v” y aplicamos la fórmula logarítmica: $$\frac{d\, ln\, v}{dx} = \frac{1}{v} \cdot \frac{dv}{dx}$$	$$\frac{dln\, x^4}{dx} = \frac{1}{x^4} \cdot \frac{dx^4}{dx}$$
2. Una parte se deriva directa y otra habrá que derivarla en un paso más.	$= \frac{1}{x^4}\,(4x^3)$
3. Aplicamos “álgebra”, multiplicamos los términos, reducimos la división dada, por lo tanto, la derivada es:	$y´ = \frac{4x^3}{x^4}$ $y´ = 4x^{-1}$ $y´ = \frac{4}{x}$

En los siguientes ejemplos observaremos como se aplica el álgebra antes de iniciar a derivar y como se aplican varias fórmulas en un solo ejercicio.

<table>
<tr><td colspan="2">Calcula la derivada de:
$$\sqrt[3]{x^7}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Si aplicamos la formula número 7 algebraica:
$$\frac{d\sqrt[n]{v}}{dx} = \frac{1}{n\sqrt[n]{v^{n-1}}} \cdot \frac{dv}{dx}$$</td></tr>
<tr><td>Ubicamos los valores de “v” y “n” y sustituimos en la fórmula.</td><td>$$\frac{1}{3\sqrt[3]{(x^7)^{3-1}}} \cdot \frac{dx^7}{dx}$$</td></tr>
<tr><td>Aplicamos la resta y derivada correspondiente.</td><td>$$= \left(\frac{1}{3\sqrt[3]{(x^7)^2}}\right)(7x^6)$$</td></tr>
<tr><td>Realizamos la multiplicación y potencia indicada.</td><td>$$= \frac{7x^6}{3\sqrt[3]{x^{14}}}$$</td></tr>
<tr><td>Iniciamos a reducir algebraicamente el resultado, transformando de radical a exponencial para hacer la disminución.</td><td>$$= \frac{7x^6}{3x^{\frac{14}{3}}}$$</td></tr>
<tr><td>Dividimos el termino algebraico aplicado la propiedad de los exponentes.</td><td>$$6 - \frac{14}{3} = \frac{18 - 14}{3} = \frac{4}{3}$$</td></tr>
<tr><td>Tenemos así.</td><td>$$\frac{7x^{\frac{4}{3}}}{3}$$</td></tr>
<tr><td>Regresamos de la forma exponencial a radical y así tenemos la derivada de la función aplicando la formula correspondiente.</td><td>$$\frac{7}{3}\sqrt[3]{x^4}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Como observamos es necesario tener presente conocimiento básico de aritmética y álgebra, en este caso: multiplicación, resta de fracciones, leyes de los exponentes y radicales.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Este mismo ejercicio lo podemos realizar, si desde un inicio transformamos la raíz a exponente, de la siguiente forma:
$$y = \sqrt[3]{x^7}$$
$$y = \frac{dx^{\frac{7}{3}}}{dx}$$
Ahora aplicamos la fórmula número 4 que practicamos tanto para números enteros y fraccionarios.
$$\frac{d(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$$
$$= \frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}-1}$$
$$= \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$$
Regresamos a la raíz y tenemos la derivada:
$$y' = \frac{7}{3}\sqrt[3]{x^4}$$</td></tr>
</table>

Como observamos para derivadar sí existen fórmulas para la derivada de raíces, sin embargo, para el cálculo integral no se aplican para todos los casos por eso es sumamente importante practicar los temas selectos de aritmética y álgebra anteriormente señalados.

Este resumen te ayudará a recordar los temas que necesitarás para calcular derivadas e integrales, tenlo siempre presente.

Exponentes

Regla 1: del producto

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Cuando se multiplican bases iguales los exponentes se SUMAN.

$x^2 \cdot x^5 = x^7$

Regla 2: de división

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Cuando se dividen bases iguales los exponentes se RESTAN.

$\frac{x^6}{x^2} = x^4$

Regla 3: de potencia

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Cuando un término tiene una potencia y este se eleva a otra potencia, estas se MULTIPLICAN.

$(x^4)^5 = x^{20}$

Regla 4: de la potencia de un producto

$(ab)^n = a^n b^n$

Cuando se multiplican dos números y estos se eleva a una potencia ambos cada uno de ellos se eleva.

$(xy)^3 = x^3 y^3$

Regla 5: de la potencia de una fracción

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Cuando una fraccion se eleva a una potencia, cada uno de los terminos o numeros se eleva.

$\left(\frac{x}{y}\right)^5 = \frac{x^5}{y^5}$

Regla 6: de potencia cero

$a^0 = 1$

Cualquier cantidad elevada a la potencia cero será igual a la unidad, exepto el cero.

$8^0 = 1$

Regla 7: del exponente negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Cuando una cantidad tenga un exponente negativo se deberá de representar como su inverso, cambiandole el signo de negativo a positivo.

$$x^{-5} = \frac{1}{x^5}$$

Regla 8: del exponente fraccionario

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad ; \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Cuando la potencia de un número sea una fracción, esta se puede representar como radical cambiando los elementos de la fracción y colocandolos en el radical respectivamente.

$$x^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{x^5}$$

Nota: este procedimiento únicamente se puede aplicar cuando el exponente fraccionario es positivo.

Ejemplos ley de los exponentes para multiplicar

- Cuando se multiplican ***bases iguales*** sus exponentes se ***SUMAN***

$$(a^m)(a^n) = a^{m+n}$$

- Ejemplo 1

$$(x^2)(x^3) = x^{2+3} = x^5$$

- Ejemplo 2

$$(4yx^3)(5yx^2) = 20y^2x^5$$

- Ejemplo 3

$$(xz)(8yx^5)(yz) = 8x^6y^2z^2$$

Ejemplos ley de los exponentes para dividir:

Cuando se ***dividen*** bases iguales los exponentes se RESTAN

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Ejemplo 1

$$\frac{15x^6}{3x^2} = 5x^{6-2}$$

$$= 5x^4$$

Ejemplo 2

$$\frac{21m^5n^2}{-3m^2n} = -7m^{5-2}n^{2-1}$$

$$= -7m^3n$$

Ejemplo 3

$$\frac{-4a^7b^8c^3}{-a^3b^2c} = 4a^4b^6c^2$$

Ejemplo 4

$$\frac{-14x^{5a-2}}{7x^{3a-1}}$$

$$= -2a^{(5a-2)-(3a-1)}$$

$$= -2a^{5a-2-3a+1}$$

$$= -2a^{2a-1}$$

EJEMPLO	EJEMPLO
1. $\frac{xm^6n^8}{xm^2n^5} = m^4n^3$	11. $\frac{6a^6b^7c}{3a^2b^{10c}} = 3a^4b^{-3} = \frac{3a^4}{b^3}$
2. $(x^4y^2z^3)^4 = x^{16}y^8z^{12}$	12. $(2r^4s^{-5}t^2)^3 = 8r^{12}s^{-15}t^6 = \frac{8r^{12}t^6}{s^{15}}$
3. $\left(\frac{1}{2}ab^2c\right)^4 = \frac{1}{16}a^4b^8c^4$	13. $(a^{-2}b^5c^{-3})^{-2} = a^4b^{-10}c^6 = \frac{a^4c^6}{b^{10}}$
4. $\left(\frac{3ab}{5}\right)^2 = \frac{9a^2b^2}{25}$	14. $\left(\frac{5x^6y^5w^{-2}}{7x^7yw}\right)^2 = \frac{25x^{12}y^{10}w^{-4}}{49x^{14}y^2w^2} = \frac{25}{49}x^{-2}y^8w^{-6} = \frac{25y^8}{49\,x^2w^6}$
5. $14^0 = 1$	15. $\frac{x^3y^4}{x^3y^4} = 1$
6. $m^{-4} = \frac{1}{m^4}$	16. $\frac{5w^3}{w^{11}} = 5w^{-8} = \frac{5}{w^8}$
7. $x^{\frac{6}{7}} = \sqrt[7]{x^6}$	17. $8x^{\frac{3}{2}} = 8\sqrt{x^3}$
8. $x^2y \cdot x^5z \cdot z^3 = x^7yxz^8$	18. $(-abx^3)(6y)(x^2z)(5ax) = -30a^2bx^6yz$
9. $\frac{10x^5y^7z^2}{-5x^4yz} = -2xy^6z$	19. $\frac{7x^{-2}y^{-4}z^6}{3xyz^{-7}} = \frac{7}{3}x^{-3}y^{-5}z^{13} = \frac{7z^{13}}{3x^3y^5}$
10. $(3abc)^3 = 27a^3b^3c^3$	20. $(-5mnp^{-2})^3 = -125m^3n^3p^{-6} = -\frac{125m^3n^3}{p^6}$

División de polinomio entre polinomio

Para realizar esta operación entre polinomios, llevamos a cabo el mismo algoritmo que en la división aritmética, pero aplicando propiedades algebraicas, el proceso es el siguiente:

Dividir:

$$\frac{x^2+7x+12}{x+4}=$$

La operación se acomoda en la "caja divisoria", es importante colocar un signo de menos en este lugar, ya que esta cambiará los signos de los términos posterior a su multiplicación.	$\begin{array}{rl} x+4 & \overline{)\,x^2+7x+12} \\ (-) & \end{array}$
1.-Para ir obteniendo el cociente de la división, dividimos el primer término del dividendo entre el primer término del divisor: $\frac{x^2}{x}=x$, colocándose fuera de la "caja" el cual multiplicará posteriormente a los miembros del divisor y se cambiará el signo.	$\begin{array}{rl} & x \\ x+4 & \overline{)\,x^2+7x+12} \\ (-) & -x^2-7x \end{array}$
2.-Se realiza la deducción de términos semejantes correspondiente y se baja el siguiente término del dividendo.	$\begin{array}{rl} & x \\ x+4 & \overline{)\,x^2+7x+12} \\ (-) & \underline{-x^2-4x} \\ & \qquad 3x+12 \end{array}$
3.-Se repite el primer paso, es decir, se divide el primer término del primer residuo que resultó de la reducción anterior entre el primer término del divisor y se escribe el resultado arriba fuera de la "caja": $\frac{3x}{x}=3$.	$\begin{array}{rl} & x+3 \\ x+4 & \overline{)\,x^2+7x+12} \\ (-) & \underline{-x^2-4x} \\ & \qquad 3x+12 \end{array}$
4.-Se realiza la multiplicación correspondiente $3(x+4)$ se coloca el resultado en su lugar correspondiente no olvidando cambiarle el signo.	$\begin{array}{rl} & x+3 \\ x+4 & \overline{)\,x^2+7x+12} \\ (-) & \underline{-x^2-4x} \\ & \qquad 3x+12 \\ & \qquad \underline{-3x-12} \end{array}$
5.-Por ultimo realizamos la reducción de términos semejantes y si el residuo es cero la división terminó.	$\begin{array}{rl} & x+3 \\ x+4 & \overline{)\,x^2+7x+12} \\ (-) & \underline{-x^2-4x} \\ & \qquad 3x+12 \\ & \qquad \underline{-3x-12} \\ & \qquad\qquad 0 \end{array}$

Radicales

Raíz de un número	Producto de radicales con mismo índice	División de radicales con mismo índice	Raíz de raices
$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[(m)(n)]{a}$
$\sqrt[7]{x^5} = x^{\frac{5}{7}}$	$\sqrt[5]{xy} = \sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{y}$	$\sqrt[4]{\frac{w}{z}} = \frac{\sqrt[4]{w}}{\sqrt[4]{z}}$	$\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}} = \sqrt[(3)(5)]{x} = \sqrt[15]{x}$

Calcula la derivada de: $y = \sqrt[7]{(2x^4-3)^3}$	
Cambiamos la función de radical a exponencial y la escribimos como derivada.	$\dfrac{d(2x^4-3)^{\frac{3}{7}}}{dx}$
Aplicamos la fórmula. $\dfrac{dv^n}{dx} = nv^{n-1}\dfrac{dv}{dx}$ Ubicamos los valores de “v” y “n”, sustituimos en la formula.	$= \dfrac{3}{7}(2x^4-3)^{\frac{3}{7}-1}\dfrac{d(2x^4-3)}{dx}$
Aplicamos la operación aritmética y la derivada que falta.	$= \dfrac{3}{7}(2x^4-3)^{-\frac{4}{7}}(8x^3)$
Realizamos la multiplicación.	$= \dfrac{24x^3}{7}(2x^4-3)^{-\frac{4}{7}}$
Acomodamos algebraicamente la variable con su exponente para cambiarlo de negativo a positivo (lo pasamos al denominador).	$= \dfrac{24x^3}{7(2x^4-3)^{\frac{4}{7}}}$
Por ultimo transformamos la potencia a radical y así obtenemos la derivada.	$= \dfrac{24x^3}{7\sqrt[7]{(2x^4-3)^4}}$

La relación Binomio de Newton vs Triángulo de Pascal

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \cdots$$

Siendo "n" natural

Sean los binomios:

$(a+b)^0 = 1$

$(a+b)^1 = a+b$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

Se puede observar que:

1. **El resultado siempre es un término más que el exponente del binomio.**
2. **Se inicia con la letra "a" y el exponente del binomio en forma descendente, de igual forma con la letra "b" pero de derecha a izquierda.**

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

¿Podrás calcular $(a+b)^6 =$**?**

3. Los coeficientes de cada uno de los términos los encontramos en el triángulo de Pascal	

PRODUCTOS NOTABLES		FACTORIZACIÓN	
Cuadrado de un binomio	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	Factor común	$ax + bx + cx = x(a+b+c)$
Ejemplo: $(8+x)^2 = 64 + 16x + x^2$		Ejemplo: $5x^4 - 4x^3 + x = x\,(5x^3 - 4x^2 + 1)$	
Binomios conjugados	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	Diferencia de cuadrados	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
Ejemplo: $(6+x)(6-x) = 36 - x^2$		Ejemplo: $x^2 - 49 = (x+7)(x-7)$	
Binomios con termino común	$(x+a)(x+b) = x^2 + ax + bx + ab$	Suma o diferencia de cubos	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

Ejemplo: $(\mathrm{x}+3)(\mathrm{x}+2) = x^2+2x+3x+6 = x^2+5x+6$		Ejemplo: $8-x^3=(2 \; - \; x \;)(\; 4 \; + \; 2x \; + \; x^2 \;)$	
Cubo de un binomio	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$	Trinomio cuadrado perfecto	$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
Ejemplo: $(4-x)^3=64-48x+12x^2-x^3$		Ejemplo: $x^2+12x+36=(x+6)^2$	
Forma $x^2+ax+bx+ab$ $x^2+bx+c=(\mathrm{x}+\mathrm{a})(\mathrm{x}+\mathrm{b})$ $x^2+24x+11=(x+3)(x+8)$			

FUNCIONES

I.-INSTRUCCIONES: RESUELVE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS.

1. Dado $f(x) = 10 + 2x - 4x^2$; Hallar
   a) f (2)
   b) f (-1)

2. Dado $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$; Hallar
   a) f (-1)
   b) f (2)

3. Dado $f(x) = \sqrt{2x}$; Determinar
   a) f (2+a) =

4. Dado $f(x) = \dfrac{2x^3 - 3x}{x-4}$; Determinar f(-2)

5. Dado $f(x) = 10 + 2x - 3x^2$; Hallar
   a) f (1)
   b) f (m +1)

6. Dado $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$; Hallar
   a) f (x + h) – f (x)

LIMITES

II.- INSTRUCCIONES: DE MANERA LIMPIA Y ORDENADA RESUELVE LOS SIGUIENTES LÍMITES APLICANDO SUS PROPIEDADES SEGÚN SEA EL CASO.

$$\lim_{x \to 2}(7-2x)$$

$$\lim_{x \to 3}(4x^2-2x-6)$$

$$\lim_{x \to 1}\frac{3x^2+5x^4}{2x^2+6x^4-7x^8}$$

$$\lim_{x \to \frac{2}{3}}\frac{9x^2-4}{3x-2}$$

$$\lim_{x \to 3}\frac{8x+15}{x^2-7x+12}$$

$$\lim_{y \to -1} \frac{y + 2}{y^3 + 1}$$

$$\lim_{w \to -2} \frac{w^2 + 5w + 6}{w^3 + 8}$$

$$\lim_{x \to 3} \sqrt{16 + x^2}$$

$$\lim_{w \to a} \frac{a^2 - w^2}{a - w}$$

$$\lim_{h \to \infty} \frac{5h^4 - 2h^2 + 3}{3h^3 + 2h^2 + h}$$

DERIVADAS

III.- INSTRUCCIONES: DE MANERA LIMPIA Y ORDENADA CALCULA LA PRIMERA DERIVADA DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES

$$y = 3x^3 + x^2 - 7x + 2$$

$$y = bx^3 + ax^2 + cx$$

$$y = \sqrt[3]{x^2}$$

$$y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 5x^3 + 2x + x$$

$$y = (5x^3 - 4x)^7$$

$$y = (5x^2 + 3x)^2 \sqrt{(3x^2 + 2)^4}$$

$$y = (2x^2 + 5)(3x)$$

$$y = \frac{2x+4}{5}$$

$$y = (4x+5)^{-6}$$

$$y = 3x^{-3} - 4x^{2} + 5x$$

$$y = 5x^{3}\sqrt{2x-1}$$

$$y = (4x^{2} - 3x)^{5}$$

$$y = \frac{4+x^{2}}{3x^{2}}$$

$$y = \sqrt[3]{x^{5}}$$

$y = \sqrt[5]{4x^3 - 6x}$

$y = 7x + 3x^2 + x - 8 - \frac{1}{7}$

$y = \frac{1}{3}x^8$

1. Evalúa la siguiente función: $Sif\ (x) = 2x^2 - 3, obtén;\ f\left(-\frac{1}{2}\right)$			
a) $\left(-\frac{5}{2}\right)$	b) $\left(-\frac{7}{2}\right)$	c) $\left(-\frac{5}{4}\right)$	d) $\left(-\frac{7}{4}\right)$

2. $Si f(x) = x^2 - 5x + 6, obtén; f(a+b)$			
a) $a^2 + 4ab + b^2 + 5a^2 - 5b + 6$	b) $a^2 + 2ab + b^2 - 5a - 5b + 6$	c) $2a^2 + 4ab + 2b^2 + 5a^2 - 5b + 6$	d) $a^2 + 2ab + b^2 + 5a + 5b + 6$
3. $Si\ f(x) = 3x^2 + 4x - 2,\ obténer\ ,\ \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$			
a) $6x^2 - 5h + 2$	b) $6x - 5h + 4$	c) $6x + 3h + 4$	d) $6x - 3h - 4$
4. Determina lo siguiente $\lim_{x \to -2} (7 - 2x)$			
a) -11	b) -3	c) 11	d) 3
5. Determina el valor del siguiente límite: $\lim_{x \to 3} (4x^2 - 2x - 6)$			
a) 22	b) 24	c) 12	d) 13
6. El $\lim_{z \to 2} \sqrt{7z^2 + 14z - 7}$ cuándo:			
a) 8	b) -8	c) -4	d) 7
7. $\lim_{x \to 0} \frac{3x^2 + 5x^4}{2x^2 + 6x^4 - 7x^8}$			
a) $\frac{3}{2}$	b) $\frac{4}{6}$	c) 3	d) -3

8. El $\lim_{x \to 5} \frac{x^3 - 125}{x^2 - 25}$ es:			
a) $\frac{2}{6}$	b) $\frac{10}{75}$	c) $\frac{75}{10}$	d) 3
9. $\lim_{x \to \infty} \frac{5h^4 - 2h^2 + 3}{3h^3 + 2h^2 + h}$			
a) ∞	b) 0	c) -4	d) 4

10. $\lim\limits_{y \to \infty} \dfrac{3+\dfrac{2}{y^3}-3y^4}{9y^4-\dfrac{5}{y^2}-3}$			
a) $-\frac{3}{4}$	b) $-\frac{1}{3}$	c) $-\frac{1}{2}$	d) $-\frac{3}{2}$
11. La derivada de la función $y = ax^2 + bx \ \ + c$ es:			
a) $y' = 2ax + b$	b) $y' = ax + b$	c) $y' = a + b + c$	d) $y' = 2ax - b$
12. La primera derivada de la función $y = 3x^3 + 2x^2 - 4x + 5$			
a) $3x + 4x - 4$	b) $9x^2 + 4x^2 - 4$	c) $3x + 4x - 4$	d) $9x^2 + 4x - 4$
13. La solución del binomio $(x + \Delta x)^2$ es:			
a) $x^2 + (\Delta x)^2$	b) $x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2$	c) $x + \Delta x^2$	d) $x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2$
14. La segunda derivada de $y = 5x^2 + 4x + 9$ es:			
a) $10x + 4$	b) 10	c) $5x + 4x$	d) $5x + 4$
15. La derivada de la función $\dfrac{\sqrt[3]{x}}{5}$ es:			
a) $y' = \dfrac{1}{15\sqrt[3]{x^2}}$	b) $y' = \dfrac{15}{\sqrt[3]{x^2}}$	c) $y' = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$	d) $y' = \dfrac{-15}{\sqrt[3]{x^2}}$
16. La derivada de la función $y = e^{\sqrt{x}}$ es:			
a) $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$	b) $e^{\sqrt{x}}$	c) $2\sqrt{x}$	d) $\frac{e}{2\sqrt{x}}$
17. La derivada de la función $y = (3x^6 - 2x^4)^4$ es:			
a) $y' = (18x^5 - 8x^3)(3x^6 - 2x^4)^3$	b) $y' = (72x^5 - 32x^3)(3x^6 - 2x^4)^4$	c) $y' = (72x^6 - 32x^4)(3x^6 - 2x^4)^3$	d) $y' = (72x^5 - 32x^3)(3x^6 - 2x^4)^3$
18.- La derivada de la función $y = \ln(3x^5 - x^4)^3$ es:			
a) $y' = \frac{75x^4 - 12x^3}{3x^5 - x^4}$	b) $y' = 3(15x^4 - 4x^3)$	c) $y' = \frac{x^4 - x^3}{x^5 - x^4}$	d) $y' = \ln 3(15x^4 - 4x^3)$